

## MATHÉMATIQUES

# Chapitre 6 : Fonctions exponentielles

**OBJECTIFS** Ce que tu dois savoir faire

- ✓ Connaître la définition et la propriété fondamentale de la fonction exponentielle
- ✓ Calculer la dérivée de fonctions composées faisant intervenir  $e^x$
- ✓ Maîtriser les propriétés algébriques et simplifier des expressions avec  $e^x$
- ✓ Résoudre des équations et inéquations exponentielles

**VOCABULAIRE** Définitions clés**Fonction exponentielle**

Unique fonction égale à sa dérivée valant 1 en 0

**Nombre d'Euler e**Constante  $e = \exp(1) \approx 2,718$ , base de l'exponentielle**Asymptote horizontale**Droite  $y = 0$  approchée par  $e^x$  quand  $x \rightarrow -\infty$ **COURS** L'essentiel du cours

## FORMULE

**Produit / Somme**

$$e^a \times e^b = e^{a+b} \quad | \quad e^a / e^b = e^{a-b}$$

*Somme devient produit*

## FORMULE

**Dérivée composée**

$$(e^{u(x)})' = u'(x) \cdot e^{u(x)}$$

*Multiplier par la dérivée*

## FORMULE

**Équivalence croissance**

$$e^a = e^b \iff a = b \quad | \quad e^a > e^b \iff a > b$$

*exp strictement croissante*

**1** Étape 1 – Même base

Réécrire les deux membres sous la forme  $e^a$  (expression).

**2** Étape 2 – Simplifier

Utiliser  $e^a = e^b \iff a = b$  pour ramener à une équation algébrique.

**3** Étape 3 – Résoudre

Résoudre l'équation/inéquation algébrique obtenue et vérifier.

## EXEMPLE

## Exemple résolu — BAC Série A

## ENONCE

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $e^{2x-1} = e^{x+3}$ , puis dériver  $f(x) = x \cdot e^x$ .

## RESOLUTION

①  $e^{2x-1} = e^{x+3} \implies 2x-1 = x+3 \implies x = 4$ . Solution :  $\{4\}$ . ②  $f(x) = x \cdot e^x$ , règle du produit :  $f'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x = (1+x)e^x$ .

## EXERCICES

## Exercices d'application

① Simplifier :  $e^{2x} \times e^{-x} / e^{x+1}$

3 pts

② Dériver  $g(x) = 5e^{(-2x+3)}$

3 pts

③ Résoudre :  $e^{(x^2-3)} \geq e^{(x-1)}$

4 pts

## ASTUCES

## Astuces et pièges

- $e^x$  est toujours  $> 0$  : une équation  $e^x = -2$  est impossible.
- ▲ Ne pas écrire  $(e^x)^2 = e^{(x^2)}$  : la bonne réponse est  $e^{(2x)}$ .

## ★ À retenir absolument

- $e^x > 0$  pour tout  $x$  réel, jamais nul ni négatif.
- La dérivée de  $e^u$  est  $u' \cdot e^u$  (penser à multiplier par  $u'$ ).
- $e^a = e^b \iff a = b$  car  $\exp$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .