

MATHÉMATIQUES

Chapitre 7 : Fonctions logarithmes

OBJECTIFS Ce que tu dois savoir faire

- ✓ Connaître la définition et les valeurs remarquables de \ln
- ✓ Calculer la dérivée de fonctions contenant \ln
- ✓ Maîtriser les propriétés algébriques du logarithme népérien
- ✓ Résoudre des équations et inéquations avec \ln

VOCABULAIRE Définitions clés**Logarithme népérien**Réciproque de \exp : $\ln(x) = y \iff e^y = x, x > 0$ **Domaine de définition** \ln est définie uniquement sur $]0 ; +\infty[$ **Asymptote verticale**La droite $x = 0$ est asymptote de la courbe de \ln **COURS** L'essentiel du cours

FORMULE

Propriétés algébriques

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b) \quad | \quad \ln(a/b) = \ln(a) - \ln(b) \quad | \quad \ln(a^n) = n \cdot \ln(a)$$

Produit \rightarrow somme, puissance \rightarrow facteur

FORMULE

Dérivée composée

$$(\ln(u))' = u'/u \text{ avec } u > 0$$

 u' au numérateur, u au dénominateur

FORMULE

Valeurs clés

$$\ln(1) = 0 \quad | \quad \ln(e) = 1 \quad | \quad e^{(\ln x)} = x \quad | \quad \ln(e^x) = x$$

À mémoriser absolument

1. Vérifier le domaine

Identifier les conditions pour que les arguments de ln soient strictement positifs.

2. Appliquer les propriétés

Regrouper les logarithmes en un seul membre grâce aux propriétés algébriques.

3. Passer à l'exponentielle

Utiliser $\ln(A) = \ln(B) \iff A = B$ ou $\ln(x) = k \iff x = e^k$, puis vérifier les solutions.

EXEMPLE

Exemple résolu — BAC Série A**ENONCE**

Résoudre $\ln(x) + \ln(x-1) = \ln(6)$ pour $x > 1$.

RESOLUTION

$\ln(x(x-1)) = \ln(6) \implies x(x-1) = 6 \implies x^2 - x - 6 = 0 \implies (x-3)(x+2) = 0 \implies x = 3$ ou $x = -2$ Condition $x > 1$: $x = -2$ rejeté. Solution : $x = 3$

✓

EXERCICES

Exercices d'application

1 Simplifier : $\ln(8) + \ln(3) - \ln(6)$

3 pts

2 Dériver $f(x) = \ln(2x^2 + 1)$ sur son domaine de définition

4 pts

3 Résoudre l'inéquation $\ln(x + 2) > \ln(5)$ dans \mathbb{R}

3 pts

ASTUCES

Astuces et pièges

- Signe de ln : $\ln(x) < 0$ si $0 < x < 1$; $\ln(x) > 0$ si $x > 1$
- Croissance de ln : $\ln(a) > \ln(b) \iff a > b$ (conservation du sens)
- ▲ ERREUR : $\ln(a + b) \neq \ln(a) + \ln(b)$ — seul le produit se transforme en somme !

★ **À retenir absolument**

- ln et exp sont réciproques : $e^{(\ln x)} = x$ et $\ln(e^x) = x$
- Dérivée : $(\ln u)' = u'/u$ — toujours vérifier que $u > 0$
- Toujours vérifier les conditions de définition avant de conclure