MATHÉMATIQUES

Chapitre 9 : Calcul des probabilites

OBJECTIFS — Ce que tu dois savoir faire

- Calculer une probabilité conditionnelle P(A|B) à partir des données d'un problème
- Utiliser un arbre pondéré pour calculer des probabilités composées
- Vérifier l'indépendance de deux événements
- Appliquer la formule des probabilités totales et la formule de Bayes

VOCABULAIRE — Définitions clés

Probabilité conditionnelle	Probabilité de A sachant que B est déjà réalisé
Événements indépendants	La réalisation de l'un n'influence pas la probabilité de l'autre
Partition de l'univers	Événements incompatibles dont la réunion forme l'univers entier

COURS — L'essentiel du cours

FORMULE

Probabilité conditionnelle

$$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$$

P(B) strictement non nul

FORMULE

Indépendance

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Équivaut à $P(A|B) = P(A)$

FORMULE

Probabilités totales

$$P(A) = \Sigma P(B_i) \times P(A|B_i)$$

B_i forment une partition

MÉTHODE Résoudre un problème avec arbre pondéré

1. **Étape 1 – Construire l'arbre**

   Identifier les événements successifs et placer les probabilités sur chaque branche en vérifiant que la somme vaut 1 à chaque nœud.

2. **Étape 2 – Calculer les chemins**

   Multiplier les probabilités le long d'un chemin pour obtenir la probabilité de l'intersection correspondante.

3. **Étape 3 – Sommer les chemins**

   Additionner les probabilités de tous les chemins menant à l'événement recherché (règle de la somme).

EXEMPLE Exemple résolu — BAC Série A – Niger

ENONCE

Une urne contient 4 boules rouges et 6 bleues. On tire 2 boules sans remise. Calculer P(2 rouges) et P(exactement 1 rouge).

RESOLUTION

$P(R_1) = 4/10$; $P(R_2|R_1) = 3/9 \rightarrow P(R_1 \cap R_2) = 4/10 \times 3/9 = 12/90 = 2/15$. P(1 rouge) $= P(R_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap R_2) = (4/10 \times 6/9) + (6/10 \times 4/9) = 24/90 + 24/90 = 48/90 = 8/15$.

EXERCICES Exercices d'application

1. $P(A)=0,4$; $P(B)=0,5$; $P(A \cap B)=0,2$. Calculer $P(A|B)$ et dire si A et B sont indépendants.

   3 pts

2. Un dé équilibré : A = {pair}, B = {multiple de 3}. Vérifier l'indépendance de A et B.

   3 pts

3. Usine : machine M_1 produit 60% des pièces (2% défectueuses), M_2 les 40% restants (5% défectueuses). Calculer P(défectueuse).

   4 pts

ASTUCES Astuces et pièges

- Tirage avec remise → événements indépendants ; sans remise → événements dépendants.
- ▲ Incompatibles ≠ indépendants : deux événements incompatibles non nuls ne sont jamais indépendants.

★ À retenir absolument

- $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$ réduit l'univers à B uniquement.
- Indépendance : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$; si vrai, alors $\bar{A}$ et $\bar{B}$ sont aussi indépendants.
- Formule de Bayes : $P(B_i|A) = P(B_i) \times P(A|B_i) / P(A)$, utile pour inverser le conditionnement.