

MATHÉMATIQUES

# Theme 15 : Calcul integral

**OBJECTIFS** Ce que tu dois savoir faire

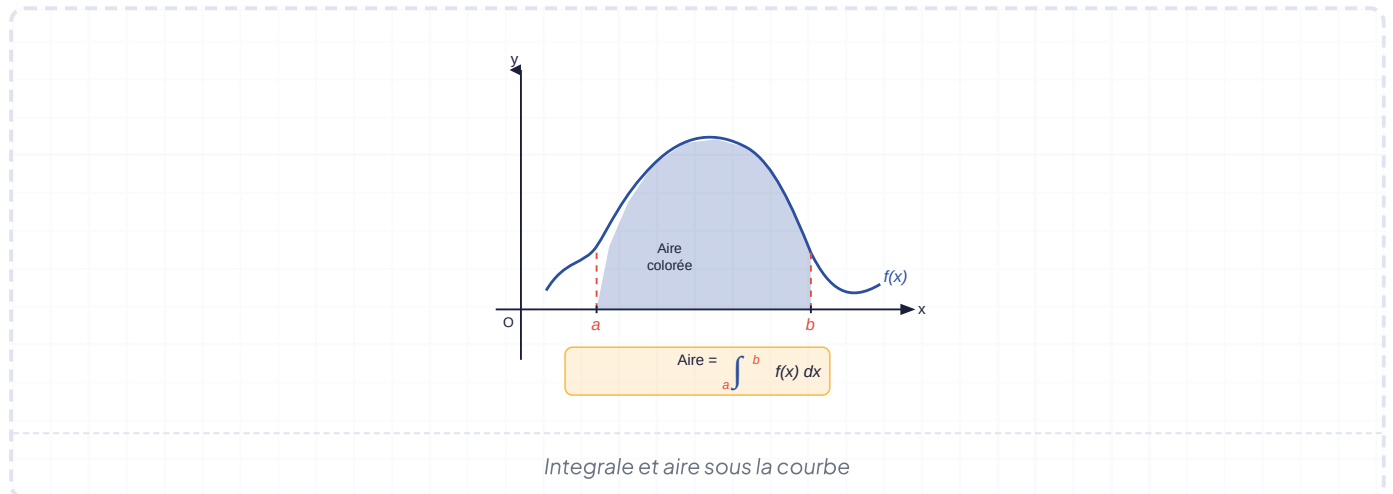
- ✓ Savoir trouver une primitive d'une fonction usuelle ou composée
- ✓ Appliquer l'intégration par parties et le changement de variable
- ✓ Calculer une intégrale définie en utilisant un encadrement de primitives
- ✓ Calculer une aire, une valeur moyenne ou un volume de révolution

**VOCABULAIRE** Définitions clés

<b>Primitive</b>	F telle que $F'(x) = f(x)$ sur un intervalle I
<b>Intégrale définie</b>	Nombre égal à $F(b) - F(a)$ où F est une primitive
<b>Valeur moyenne</b>	Moyenne de f sur $[a;b]$ : $(1/(b-a)) \int_a^b f(x) dx$

**COURS** L'essentiel du cours

**SCHEMA** Integrale et aire sous la courbe



**FORMULE**

**Intégrale définie**

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

F primitive de f

## FORMULE

### Intégration par parties

$$\int_a^b u \cdot v' dx = [u \cdot v]_a^b - \int_a^b u' \cdot v dx$$

choisir  $u$  et  $v'$  judicieusement

## FORMULE

### Relation de Chasles

$$\int_a^c f dx = \int_a^b f dx + \int_b^c f dx$$

décomposer en sous-intervalles

## METHODE Calculer une intégrale définie

### 1. Trouver une primitive

Identifier la forme de  $f(x)$  et écrire  $F(x)$  sans constante  $k$ .

### 2. Appliquer le crochet

Calculer  $[F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$  en substituant les bornes.

### 3. Conclure

Simplifier le résultat numérique obtenu (fraction, racine, etc.).

## EXEMPLE Exemple résolu — BAC Série C

### ENONCE

Calculer  $I = \int_1^3 (2x + 1) dx$ . En déduire l'aire sous la courbe sur  $[1 ; 3]$ .

### RESOLUTION

$F(x) = x^2 + x$  est une primitive de  $f(x) = 2x + 1$ .  $I = [x^2 + x]_1^3 = (9 + 3) - (1 + 1) = 12 - 2 = 10$ . Comme  $f(x) \geq 0$  sur  $[1 ; 3]$ , l'aire vaut exactement  $I = 10$  unités d'aire.

## EXERCICES Exercices d'application

1 Calculer  $\int_0^2 (3x^2 - 4x + 1) dx$

3 pts

2 Trouver la primitive de  $f(x) = (2x+1)e^{(x^2+x)}$  passant par  $A(0 ; 2)$

4 pts

3 Calculer  $\int_0^{\pi/2} x \cdot \cos(x) dx$  par intégration par parties

5 pts

## ASTUCES Astuces et pièges

- Formes composées : repérer  $u'$  devant  $f(u)$  pour primitiver directement
- ▲ Aire  $\neq$  intégrale si  $f$  change de signe : séparer avec la relation de Chasles

## ★ A retenir absolument

---

- Toutes les primitives de  $f$  diffèrent d'une constante  $k \in \mathbb{R}$
- $\int_a^b f dx$  est un nombre, pas une fonction ; la variable est muette
- Pour l'IPP : choisir  $u$  dérivable simplement et  $v$  intégrable facilement