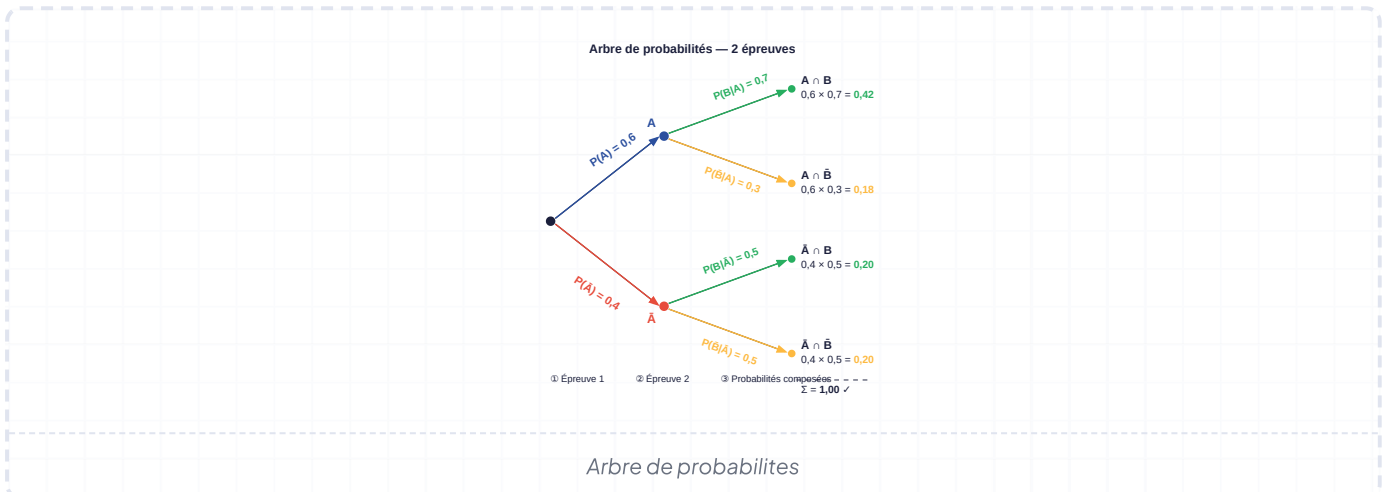


MATHÉMATIQUES

Theme 18 : Variables aleatoires

OBJECTIFS Ce que tu dois savoir faire

- ✓ Définir une variable aléatoire discrète et établir sa loi de probabilité
- ✓ Calculer l'espérance mathématique et interpréter le résultat
- ✓ Calculer la variance et l'écart-type d'une variable aléatoire
- ✓ Identifier et appliquer les lois de Bernoulli et binomiale

VOCABULAIRE Définitions clés**Variable aléatoire**Application X associant un réel à chaque résultat de Ω **Espérance $E(X)$** Valeur moyenne de X sur un grand nombre d'expériences**Écart-type $\sigma(X)$** Racine carrée de la variance, même unité que X **COURS** L'essentiel du cours**SCHEMA** Arbre de probabilités**FORMULE****Espérance**

$$E(X) = \sum x_i \cdot P(X = x_i)$$

Somme valeurs \times probabilités

FORMULE

Variance (König)

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

Formule pratique recommandée

FORMULE

Loi binomiale

$$P(X = k) = C(n, k) \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

n essais, succès p

METHODE Déterminer la loi de probabilité de X

1 Étape 1

Lister toutes les valeurs possibles de X à partir de l'expérience.

2 Étape 2

Calculer $P(X = x_i)$ pour chaque valeur en dénombrant les cas favorables.

3 Étape 3

Vérifier que $\sum P(X = x_i) = 1$ avant tout calcul d'espérance ou variance.

EXEMPLE Exemple résolu — BAC Série C

ENONCE

On lance un dé équilibré. On gagne 5 FCFA si on obtient 6, on perd 2 FCFA sinon. Calculer $E(X)$ et conclure.

RESOLUTION

Loi : $P(X=5) = 1/6$; $P(X=-2) = 5/6$. $E(X) = 5 \times (1/6) + (-2) \times (5/6) = (5-10)/6 = -5/6 \approx -0,83$ FCFA. Le jeu est défavorable au joueur car $E(X) < 0$.

EXERCICES Exercices d'application

- 1 X suit $B(8 ; 0,25)$. Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.
3 pts
- 2 Dresser la loi de $X =$ somme de deux dés, puis calculer $E(X)$.
4 pts
- 3 Un jeu coûte 3 FCFA. $E(\text{gain brut}) = 2,5$ FCFA. Le jeu est-il favorable ?
3 pts

ASTUCES Astuces et pièges

- Pour $B(n, p)$: $E(X) = np$ et $V(X) = np(1-p)$, pas besoin de tableau.
- ▲ $V(aX+b) = a^2V(X)$ et NON $a^2V(X)+b$: la constante b disparaît !

★ A retenir absolument

- Toujours vérifier $\sum p_i = 1$ avant tout calcul sur la loi de X.
- $E(X) > \text{coût} \implies$ jeu favorable ; $E(X) < \text{coût} \implies$ jeu défavorable.
- Loi binomiale : n épreuves indépendantes, même probabilité p de succès.