MATHÉMATIQUES

Theme 19 : séries statistiques a 2 variables

OBJECTIFS Ce que tu dois savoir faire

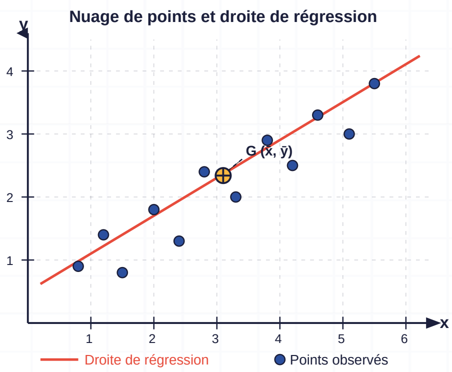
- ✓ Calculer les moyennes marginales et le point moyen $G(\bar{x} ; \bar{y})$
- ✓ Calculer la covariance et les variances d'une série à deux variables
- ✓ Déterminer le coefficient de corrélation r et interpréter sa valeur
- ✓ Trouver la droite de régression $y = ax + b$ et l'utiliser pour prévoir

VOCABULAIRE Definitions cles

Nuage de points	Représentation graphique des couples $(x_i ; y_i)$ dans un repère
Covariance	Mesure de variation conjointe de X et Y : $Cov = \overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}$
Corrélation linéaire	Liaison linéaire entre X et Y mesurée par $r \in [-1 ; 1]$

COURS L'essentiel du cours

SCHEMA Regression lineaire



Regression lineaire

FORMULE

Covariance

$$Cov(X,Y) = (1/n)\sum x_i y_i - \bar{x}\cdot\bar{y}$$

Formule pratique de calcul

FORMULE

Coefficient de corrélation

$$r = Cov(X,Y) / (\sigma(X)\cdot\sigma(Y)) \text{ avec } -1 \leq r \leq 1$$

$|r| \geq 0,9$: régression pertinente

FORMULE

Droite de régression y en x

$$y = ax + b \text{ avec } a = Cov(X,Y)/V(X) \text{ et } b = \bar{y} - a\cdot\bar{x}$$

Passe toujours par $G(\bar{x} ; \bar{y})$

METHODE Trouver la droite de régression y = ax + b

1. **Étape 1 – Moyennes**
   Calculer $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{x^2}$, $\bar{y^2}$, $\bar{xy}$ à partir du tableau de données.
2. **Étape 2 – Statistiques**
   En déduire $V(X) = \bar{x^2} - \bar{x}^2$, $Cov(X,Y) = \bar{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}$, puis $r = Cov / (\sigma(X)\cdot\sigma(Y))$.
3. **Étape 3 – Droite et prévision**
   Calculer $a = Cov/V(X)$, $b = \bar{y} - a\cdot\bar{x}$, puis substituer le x souhaité pour prévoir $\hat{y}$.

EXEMPLE Exemple resolu — BAC Série C

ENONCE

Données : x = (2 ; 4 ; 6 ; 8), y = (3 ; 5 ; 7 ; 9). Trouver la droite de régression y en x.

RESOLUTION

$\bar{x} = 5$, $\bar{y} = 6$. $\bar{x^2} = (4+16+36+64)/4 = 30$, $V(X) = 30 - 25 = 5$. $\bar{xy} = (6+20+42+72)/4 = 35$, $Cov = 35 - 30 = 5$. $a = 5/5 = 1$, $b = 6 - 1\times5 = 1$. Droite : $y = x + 1$. $r = 5/\sqrt{(5\times5)} = 1 \rightarrow$ corrélation parfaite.

EXERCICES Exercices d'application

1. Calculer Cov(X,Y) pour : x = (1;2;3), y = (2;4;6) et en déduire r.
   3 pts
2. Donner l'équation de la droite de régression si $\bar{x}=4$, $\bar{y}=7$, $V(X)=2$, $Cov=3$.
   3 pts
3. Si $y = 2x - 1$, prévoir y pour x = 10 et interpréter dans le contexte.
   2 pts

ASTUCES Astuces et pieges

- Vérifier que la droite passe par $G(\bar{x} ; \bar{y})$: remplacer x par $\bar{x}$ dans $y = ax + b$, on doit obtenir $\bar{y}$.
- ▲ Ne pas confondre droite de y en x ($a = Cov/V(X)$) et droite de x en y ($a' = Cov/V(Y)$).

★ A retenir absolument

- $|r| \geq 0{,}9 \rightarrow$ ajustement linéaire fiable ; $|r| < 0{,}7 \rightarrow$ régression non pertinente.
- La droite de régression passe TOUJOURS par le point moyen $G(\bar{x} ; \bar{y})$.
- $Cov(X,Y) = (1/n)\sum x_i y_i - \bar{x}\cdot\bar{y}$ et $V(X) = (1/n)\sum x_i^2 - \bar{x}^2$