

## MATHÉMATIQUES

# Theme 2 : Fonctions

**OBJECTIFS** Ce que tu dois savoir faire

- ✓ Maîtriser le vocabulaire des fonctions : domaine, image, antécédent
- ✓ Calculer des images directes et réciproques d'ensembles
- ✓ Construire des fonctions composées et identifier leurs domaines
- ✓ Analyser les transformations géométriques d'une courbe

**VOCABULAIRE** Définitions clés**Domaine de définition**Ensemble des  $x$  pour lesquels  $f(x)$  existe**Fonction composée** $g \circ f$  : on applique  $f$  puis  $g$  sur le résultat**Image réciproque** $f^{-1}(B)$  : ensemble des antécédents des éléments de  $B$ **COURS** L'essentiel du cours

## FORMULE

**Fonction composée**

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

*f d'abord, puis g*

## FORMULE

**Image directe**

$$f(A) = \{ f(x) \mid x \in A \}$$

*ensemble de toutes les images*

## FORMULE

**Comparaison de fonctions**Signe de  $f(x) - g(x)$  sur  $I$ *étudier  $f(x) - g(x)$*

**1** Étape 1 – Sens de variation

Déterminer si  $f$  est croissante ou décroissante sur  $[a ; b]$ .

**2** Étape 2 – Calculer les images des bornes

Calculer  $f(a)$  et  $f(b)$  (et les extrema si  $f$  n'est pas monotone).

**3** Étape 3 – Conclure

L'image directe est l'intervalle entre la plus petite et la plus grande valeur obtenue.

## Exemple résolu — BAC Série C

## ENONCE

Soit  $f(x) = x^2$  définie sur  $\mathbb{R}$ . Calculer  $f([-1 ; 2])$  et  $f^{-1}(\{4\})$ .

## RESOLUTION

$f$  n'est pas monotone sur  $[-1 ; 2]$  : minimum en 0,  $f(0)=0$  ;  $f(-1)=1$  ;  $f(2)=4$ . Donc  $f([-1 ; 2]) = [0 ; 4]$ .  $f^{-1}(\{4\})$  : résoudre  $x^2=4$   
 $\Rightarrow x=2$  ou  $x=-2$ , donc  $f^{-1}(\{4\}) = \{-2 ; 2\}$ .

## Exercices d'application

**1** Soit  $f(x) = 3x - 2$ . Calculer  $f([1 ; 4])$  et  $f^{-1}(\{7\})$ .

3 pts

**2**  $f(x) = 2x+1$ ,  $g(x) = x^2$ . Calculer  $(g \circ f)(x)$  et  $(f \circ g)(x)$ .

3 pts

**3** Sur  $[0 ; 2]$ , comparer  $f(x) = x$  et  $g(x) = x^2$  en étudiant le signe de  $f(x) - g(x)$ .

4 pts

## Astuces et pièges

- Pour une fonction croissante sur  $[a;b]$  :  $f([a;b]) = [f(a) ; f(b)]$  directement.
- ▲  $g \circ f \neq f \circ g$  en général : ne jamais inverser l'ordre des composées !

## ★ À retenir absolument

- $f^{-1}(B)$  est l'ensemble des antécédents, pas la fonction réciproque.
- Pour comparer  $f$  et  $g$  : étudier le signe de  $f(x) - g(x)$  sur l'intervalle.
- Une application est définie sur TOUT son domaine de départ, une fonction non.