MATHÉMATIQUES

Theme 7 : Denombrement

OBJECTIFS — Ce que tu dois savoir faire

- ✓ Appliquer les principes additif et multiplicatif pour compter des situations courantes
- ✓ Calculer le nombre de permutations et d'arrangements d'un ensemble fini
- ✓ Calculer le nombre de combinaisons et utiliser leurs propriétés
- ✓ Utiliser le triangle de Pascal et la formule du binôme de Newton

VOCABULAIRE — Définitions clés

Permutation	Arrangement ordonné de tous les n éléments d'un ensemble
Arrangement	Choix ordonné de k éléments parmi n éléments distincts
Combinaison	Choix non ordonné de k éléments parmi n éléments distincts

COURS — L'essentiel du cours

FORMULE

Factorielle

$$n! = n \times (n-1) \times \dots \times 1 \ ; \ 0! = 1$$

Base de tout calcul

FORMULE

Arrangements A(n,k)

$$A_n^k = n! \ / \ (n-k)!$$

Ordre important, sans répétition

FORMULE

Combinaisons C(n,k)

$$C_n^k = n! \ / \ (k! \times (n-k)!)$$

Ordre indifférent, sans répétition

MÉTHODE Choisir la bonne formule

1. **Étape 1 – OU ou ET ?**
   Si les choix sont exclusifs → additionner ; si les étapes sont successives → multiplier.
2. **Étape 2 – Ordre important ?**
   Si l'ordre compte → Arrangement A_n^k ; si l'ordre est sans importance → Combinaison C_n^k.
3. **Étape 3 – Tous les éléments ?**
   Si on place tous les n éléments dans un ordre → Permutation $P_n = n!$.

EXEMPLE Exemple résolu — BAC Série C – Niger

ENONCE

Un comité de 3 personnes est choisi parmi 8 candidats. Combien de comités différents peut-on former ?

RESOLUTION

L'ordre n'importe pas → on utilise C(8,3). $C(8,3) = 8! / (3! \times 5!) = (8\times7\times6) / (3\times2\times1) = 336 / 6 = 56$. On peut former 56 comités différents.

EXERCICES Exercices d'application

1. De combien de façons peut-on ranger 5 livres différents sur une étagère ?
   2 pts
2. Combien d'arrangements de 2 lettres parmi les 26 de l'alphabet peut-on former ?
   3 pts
3. Développer $(x + y)^4$ à l'aide du binôme de Newton.
   5 pts

ASTUCES Astuces et pièges

- Mémo : OU → + (additif) ; ET → × (multiplicatif) — 'OU ajoute, ET multiplie'
- Propriété utile : $C_n^k = C_n^{n-k}$ permet de simplifier les calculs (ex : C(10,8) = C(10,2) = 45)
- ▲ Piège : ne pas confondre Arrangement (ordre compte) et Combinaison (ordre indifférent).

★ À retenir absolument

- $P_n = n!$ (permutation) ; $A_n^k = n!/(n-k)!$ (arrangement) ; $C_n^k = n!/(k!(n-k)!)$ (combinaison)
- Triangle de Pascal : $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ — chaque coefficient = somme des deux au-dessus
- Binôme de Newton : $(a+b)^n = \Sigma\, C_n^k \times a^{n-k} \times b^k$ pour k allant de 0 à n