

MATHÉMATIQUES

Thème 3 : Applications du plan

OBJECTIFS Ce que tu dois savoir faire

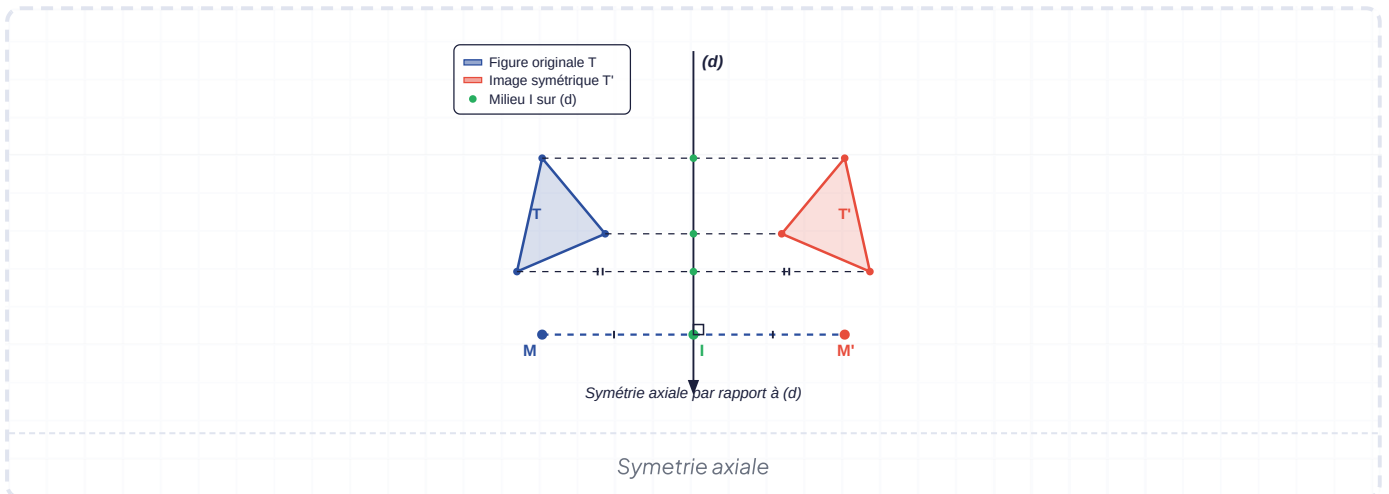
- ✓ Construire l'image d'un point ou d'une figure par symétrie orthogonale
- ✓ Construire l'image d'un point ou d'une figure par symétrie centrale
- ✓ Construire l'image d'un point ou d'une figure par translation
- ✓ Identifier et utiliser les propriétés de conservation de chaque transformation

VOCABULAIRE Définitions clés

Symétrie orthogonale	Réflexion par rapport à une droite (axe miroir)
Symétrie centrale	Demi-tour autour d'un point centre O
Translation	Glissement selon un vecteur de direction et longueur fixes

COURS L'essentiel du cours

SCHEMA Symétrie axiale



FORMULE

Symétrie orthogonale

$$H = \text{milieu de } [MM'] \text{ et } (d) \perp [MM']$$

d est la médiatrice de MM'

FORMULE

Symétrie centrale

$$O = \text{milieu de } [MM'] \iff M' \text{ tel que } OM' = OM$$

O milieu de MM'

FORMULE

Translation de vecteur \vec{u}

$$MM' = \vec{u} \implies M' = M + \vec{u}$$

même direction, même longueur

METHODE

Construire l'image d'un point M par symétrie orthogonale d'axe (d)

1 Étape 1

Tracer depuis M la perpendiculaire à (d) à l'aide de l'équerre.

2 Étape 2

Repérer H , le pied de la perpendiculaire sur (d) , et mesurer MH .

3 Étape 3

Reporter la distance MH de l'autre côté de (d) : le point obtenu est M' .

EXEMPLE

Exemple résolu — BEPC 2019

ENONCE

ABC est un triangle. Construire $A'B'C'$, image de ABC par la symétrie centrale de centre O , milieu de $[BC]$.

RESOLUTION

O est milieu de $[BC]$ donc $B' = C$ et $C' = B$. Pour A' : tracer (AO) puis reporter OA de l'autre côté de O . Relier A' , B' , C' : le triangle $A'B'C'$ est l'image cherchée. Les deux triangles sont superposables (même aire, mêmes longueurs).

EXERCICES

Exercices d'application

- 1 Construire M' , image de M par symétrie orthogonale d'axe (d) donnée.
3 pts
- 2 $ABCD$ est un carré ; construire son image par translation de vecteur \vec{AB} .
4 pts
- 3 Soit O centre de symétrie ; construire l'image du segment $[PQ]$ par symétrie centrale de centre O .
3 pts

ASTUCES

Astuces et pièges

- Pour la symétrie centrale, O est TOUJOURS le milieu de $[MM']$: utilise le compas pour vérifier.
- ▲ Ne pas confondre symétrie orthogonale (axe = droite) et symétrie centrale (centre = point).

★ A retenir absolument

- Les trois transformations conservent les longueurs, angles et aires (isométries).
- Symétrie orthogonale : $(d) \perp MM'$ et H milieu de $[MM']$.
- Translation : tous les vecteurs MM' sont égaux au vecteur \vec{u} de translation.