UNIVERSITE ABDOU MOUMOUNI	SUJET DE: Mathématiques
Services des Examens du Baccalauréat	SERIES: D
Année 2018	**Coefficient: 5 Durée 4H**

Exercice 1 (*5 points*)

1) Soit (E) l'équation différentielle $y' + 2y = 0$, où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

   a) Résoudre l'équation (E). (**1 point**)

   b) Déterminer la solution f de (E) telle que $f(0) = 1$ (**0,5 point**)

2) Calculer la valeur moyenne de f sur $[0, 1]$. (**0,5 point**)

3) Déterminer, en fonction de n la valeur moyenne de f sur $[n, n+1]$. (**0,5 point**)

4) Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \frac{1}{2}(1 - e^{-2})e^{-2n}$ pour tout entier n positif ou nul.

   a) Calculer la valeur exacte de u_0, u_1 et u_2. (**0,5 point**)

   b) Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. (**1 point**)

   c) Détreminer la valeur exacte de la somme: (**1 point**)

$$u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9$$

Exercice 2 (*4 points*)

Le tableau ci-dessous rend compte de l'évolution de la population d'un village de 1995 à 2001.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'habitants y_i	3000	2545	2165	1840	1566	1332	1135

Le maire du village se demande quelle sera la population du village en 2005.

1) Dessiner le nuage des points $M_i(x_i, y_i)$ ainsi que la droite des moindres carrés. (**1 + 0,5 points**)

2) Quelle constat fait-vous par rapport à la question du maire? (**0,5 point**)

3) En fait, on peut penser à un ajustement par une courbe d'équation $y = a\, b^x$ avec $0 < b < 1$ et $a > 0$. On peut déduire $\ln y = x \ln b + \ln a$, d'où l'idée de prendre $z = \ln y$

   a) Compléter le tableau suivant (**0,5 point**)

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$	8,01						

888

b) Donner une équation de moindres carrés pour la série (x_i, z_i). **(0,5 point)**

c) Déduisez-en a et b tels $y = a\,b^x$ **(0,5 point)**

d) Estimez la population du village en 2005. **(0,5 point)**

Problème (*11 points*)

1) On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1, 0[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$$

a) Etudier les limites de f aux bornes de l'intervalle $]-1, 0[$ **(0,5 + 0,5 point)**

b) Calculer la dérivée f' de f et étudier son signe. Déduisez-en le sens de variation de f **(0,5 + 1,5 points)**

c) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $]-1, 0[$. **(1,5 points)**

d) Montrer que la fonction f admet un maximum sur $]-1, 0[$, et déduisez-en le signe de $f(x)$ sur cet intrevalle. **(1,5 points)**

e) Dessiner la courbe C_f représentative de f dans le plan rapporté ą un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unités graphiques: 4c; en abscisse, 1 cm en ordonnée) **(1 point)**

2) Déterminer deux nombres réels a et b tesl que: **(1 point)**

$$f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$$

Déduisez-en, sur l'intervalle $]-1, 0[$, la primitive F, s'annulant pour $x = -\frac{1}{2}$, de la fonction f. **(1 point)**

3 On considère la fonction g définie sur $]-1, 0[$ par: $g(x) = \ln\left(\frac{-x}{x+1}\right)$.

a) Etudier les limites de g aux bornes de l'intrevalle $]-1, 0[$. **(0,5 + 0,5 point)**

b) Vérifier que, pour tou x de $]-1, 0[$, on a: **(0,5 point)**

$$g'(x) = f(x)$$

Déduisez-en les variations de g sur $]-1, 0[$. **(0,5 point)**