UNIVERSITE ABDOU MOUMOUNI *Direction des Examens du Baccalauréat* Session : 2019 Epreuve du 1er groupe	**SUJET DE** : Mathématiques **SERIE/SPECIALITE** : D **Coefficient** : 5 **Durée** : 4H

Exercice 1 *(4 points)*

Une grave maladie affecte le cheptel bovin d'un certain pays. On estime que 7% des bovins sont atteints. On vient de mettre au point un test pour diagnostiquer la maladie et on a établi que :

- Quand le test est positif, l'animal est malade dans 95% des cas.
- Quand le test est négatif, l'animal est cependant malade dans 2% des cas.

On note M l'événement « être malade » et T l'événement « avoir un test positif ». on note p(T) = x.

1. Faire un arbre pondéré qui traduit cette situation. **(1 point)**
2. a) montrer que p(M) = 0,02 + 0,93x **(1 point)**
   b) En déduire la valeur exacte de x. **(1 point)**

3. Un animal est atteint par la maladie. Quelle est la probabilité que son test ait été négatif ? **(1 point)**

Exercice 2 *(4 points)*

On considère dans C l'équation : $Z^3 - (4 + i\sqrt{3})Z^2 + (3 + 4i\sqrt{3})Z - 3i\sqrt{3} = 0$.

1. Montrer que cette équation admet deux solutions réelles (on les notera α et β avec $\alpha < \beta$) et une solution imaginaire pure, notéeω. **(0,5 +0,5 +0,5 points)**
2. Soit f une application de C dans C telle que pour tout nombre complexe z , f(z) = az + b où a et b sont des complexes. ;
   a) Déterminer a et b de telle sorte que $f(\omega) = \omega$ et $f(\alpha) = \beta$; **(0,5 +0,5 point)**
   b) Calculer le module et l'argument de a. **(0,5 + 0,5 point)**
   c) Caractériser la transformation T du plan complexe qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' **(0,5 point)**

Problème *(12 points)*

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct$(O, \vec{u}, \vec{v})$. Toutes les courbes demandées seront représentées sur un même graphique (unité graphique : 2cm)

Partie A

On définit la fonction f sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(\sqrt{1+x} - 1)$

1. Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. **(0,5 + 0,5 point)**
2. Etudier le sens de variation de f sur $]0; +\infty[$. **(1 point)**

Soit C la courbe représentative de f dans$(O, \vec{u}, \vec{v})$ et A le point de C d'abscisse 3.

Soit B le point de C d'abscisse $\frac{5}{4}$, P le projeté orthogonal de B sur l'axe $(O, \vec{u})$ et H le projeté orthogonal de B sur l'axe $(O, \vec{v})$.

3. a) Calculer l'ordonnée de A. **(0,5 point)**
   b) Déterminer les valeurs exactes des coordonnées des ponts B,P et H **(0,5 +0,5 + 0,5 point)**
   c) Placer les points A, B, P, H et représenter la courbe C. **(1 point)**

Partie B

Soit r la rotation de centre O et d'angle$\frac{\pi}{2}$. A tout point M du plan d'affixe z la rotation associe le point M' d'affixe z'.

1. a) Donner z' en fonction de z. **(0,5 point)**
On note z = x + iy et z'= x' + iy' (x, y, x' , y') réels.
b) Exprimez x' et y' en fonction de x et y, puis x et y en fonction de x' et y'. **(0,5 +0,5 point)**
c) Déterminer les coordonnées des points A', B' et P' images respectives des points A, B et P par la rotation. **(0,5 + 0,5 + 0,5 points)**

2. On appelle g la fonction définie sur IR par g(x) = $e^{-2x} + 2e^{-x}$ et Γ sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

a) Montrer que lorsqu'un point M appartient à C, son image M' décrit Γ. **(1 point)**

b) Placer sur le même graphique les points A', B' , P' et tracer la courbe Γ (l'étude des variations de g n'est pas demandée) **(1 point)**

Partie C : Calcul d'intégrales

On rappelle que l'image d'un domaine plan par une rotation est un domaine plan de même aire.

1.a) Calculer l'intégrale $\int_0^{ln2} g(x)dx$ puis interpréter graphiquement cette intégrale. **(0,5 + 0,5 point)**

b) Déterminer, en unité d'aires, l'aire A du domaine plan D limité par les segments$[AO]$,$[OH]$ et $[HB]$ et l'arc de courbe C d'extrémités B et A. **(0,5 point)**

2. On pose I = $\int_{\frac{5}{4}}^{3} ln\left(\sqrt{1+x} - 1\right)$dx.

Trouver une relation entre A et I puis en déduire la valeur exacte de l'intégrale I. **(0,5 point)**